

## پیش‌بینی بازار با استفاده از زنجیره مارکوف و کاربرد نظریه بازی در رقابت تجاری

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۲

کد مقاله: ۲۷۶۱۵

محمد محمدخانی<sup>۱\*</sup>، سهیل امامیان<sup>۲</sup>

### چکیده

در این مقاله قرار است نظریه بازی و کاربرد آن در تجارت معرفی گردد. چگونگی تصمیم یک شرکت، به اتخاذ تصمیم و رفتار دیگر رقبا بستگی دارد. یک مثال در مورد رقابت دو شرکت تولیدی پوشاک را مطرح می‌نماییم که نخست با استفاده از زنجیره ی مارکوف به پیش‌بینی وضع بازار پرداخته و سپس با توجه به اینکه این دو شرکت شناخت کامل نسبت به یکدیگر دارند برای برقراری تعادل نش با استفاده از نظریه ی بازی ها به انتخاب بهترین استراتژی برای رقابت آنها می‌پردازیم. هر چند یک خاستگاه نظریه بازی ها، علم اقتصاد می باشد اما استفاده از آن از اقتصاد فراتر رفته و در علوم سیاسی، حقوق، جامعه شناسی، بازرگانی و حتی در وادی اخلاق و فلسفه و فرهنگ نیز کاربردهای قابل توجهی دارد. این مقاله به بررسی احتمالات و عملکرد تئوری بازی در تجارت می پردازد. در بخش اول مقدمه و کلیات موضوع بیان می‌گردد. در بخش دوم به بیان مثال مورد نظر پرداخته می‌شود. بخش سوم گستره کاربردی نظریه بازی را پوشش می‌دهد و سرانجام بخش پایانی بحث را جمع بندی می‌کند.

واژگان کلیدی: نظریه بازی ها، زنجیره مارکوف، رقابت تجاری

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی صنایع، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران (نویسنده مسئول)  
or.math9216744@gmail.ir

۲- استادیار، دانشکده و پژوهشکده فنی و مهندسی، مرکز سیستم ها، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران

## ۱- مقدمه

به منظور اتخاذ تصمیمات عقلانی، قدرت منطق انسان می‌تواند برای پدیده‌های غیرتصادفی بهترین ابزار باشد. ولی زمانی که نتیجه انتخاب و انجام یک تصمیم مشخص نبوده یا در یک بازی شانس، نتایج بازی حریف از قبل مشخص نباشد، استفاده از نظریه بازی ها و قواعد تصمیم (Game Theory) می‌تواند ابزاری برای دستیابی به استراتژی مناسب محسوب شود. در این بین استفاده از مدل‌های ریاضی و بهینه‌سازی و نظریه آمار و احتمال مبنای انتخاب تصمیم‌های درست خواهند بود. نظریه بازی ها و قواعد تصمیم که اولین بار توسط ریاضی‌دان و دانشمند فکید جان فن نیمن<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار گرفت در بسیاری از حوزه‌های علوم کاربرد دارد. براساس قضایا و تعاریف ارائه شده توسط «جان نیمن» در سال ۱۹۴۴ کتابی با عنوان «نظریه بازی و رفتار اقتصادی» منتشر شد که مبنایی برای مطالعه و نظریه‌پردازی در زمینه و حوزه علم نظریه بازی ها و قواعد تصمیم قرار گرفت [8]. بدون کمک پیش بینی، بسیاری از چیزها در زندگی ما نمی‌توانند از قبل مشخص شوند، بنابراین ممکن است برخی از مشکلات به دلیل آماده نبودن افراد رخ دهد. رویکرد زیر حالت ریاضی زنجیره مارکوف را برای پیش‌بینی سهم بازار آینده دو شرکت تجاری تنظیم می‌کند. و به کمک نظریه بازی ها به انتخاب بهترین استراتژیک می‌پردازد. داده‌های مورد استفاده برای این رویکرد فرضی است. [2]

## ۲- مبانی نظری

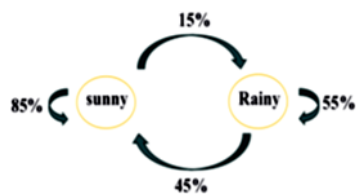
### ۱-۲- زنجیره مارکوف

زنجیره مارکوف یک مدل تصادفی است که دنباله ای از رویدادهای ممکن را توصیف می‌کند که در آن احتمال هر رویداد فقط به حالت به دست آمده در رویداد قبلی بستگی دارد. در واقع فرآیندی است که نتایج آینده بر اساس وضعیت فعلی پیش بینی می‌شود. مفاهیم اساسی آن توسط آندری مارکوف در سال ۱۹۰۷ معرفی شد که از آن زمان توسط تعدادی از ریاضیدانان برجسته مانند آ. کولموگروف<sup>۲</sup> و و. فیلر<sup>۳</sup> و غیره توسعه یافت [1]. دو نوع اصلی از زنجیره مارکوف وجود دارد که توسط فضای حالت های مختلف تعیین می‌شوند.

**اولین نوع:** زنجیره مارکوف زمان گسسته تعریف می‌شود که در آن فضای حالت، قابل شمارش و اندازه گیری است، زنجیره هریس نمونه ای برای آن است.

**دومین نوع:** زنجیره مارکوف زمان پیوسته است. فضای حالت برای آن تداوم دارد و فرآیند وینر نمونه ای از آن است.

از زنجیره های مارکوف برای محاسبه احتمال رویدادها به شکل ماتریس گذار استفاده می‌شود. به عنوان مثال، با توجه به اطلاعات آب و هوای لندن، می‌توانیم نمودار انتقال را به صورت روبرو ایجاد کنیم. [3]



شکل ۱- ماتریس انتقال آب و هوا در لندن

### ۲-۲- نظریه بازی ها

نظریه بازی ها می‌کوشد شرایط پیچیده در تعامل انسان‌ها، سازمان‌ها، کسب و کارها، اقتصادها و کشورها را تا حدی ساده کند که بتوان آن بازی پایه یا Basic Game آن تعامل را تشخیص داد. سپس می‌کوشد با تشخیص گزینه های موجود، منابعی که کمیاب هستند، اهداف و اولویت‌های کسانی که درگیر بازی هستند و قواعد بازی، دستاوردهای بازی و احتمال وقوع هر کدام را تا حد امکان پیش بینی کند.

با توجه به تعریفی که ارائه شد، هر جا که منابع محدود، گزینه های مختلف تصمیم گیری، دستاوردهای متفاوت در اثر انتخابهای متفاوت و امکان همکاری یا رقابت بین بازیگران وجود داشته باشد می‌توان از نظریه بازی ها برای درک و تحلیل بهتر شرایط موجود استفاده کرد. [7,8]

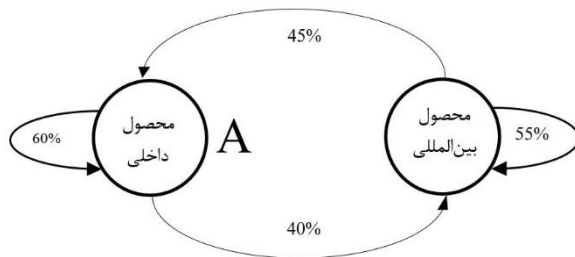
### ۳- پیش بینی سهم بازار

در اینجا قصد داریم، از زنجیره مارکوف برای پیش‌بینی سهم بازار آینده دو شرکت پوشاک چندملیتی به نام های A و B استفاده کنیم. از آنجایی که شرکت‌های A و B ریسک‌پذیر هستند می‌توانند از این زنجیره به عنوان مرجعی برای تصمیم‌گیری آتی

1. John von Neumann  
2. A. Kolmogorov  
3. W. Feller

خود استفاده نمایند. می توان بر پایه ی این مسئله، مدل مارکوفی را تنظیم کرد که با توجه به احتمال انتقال به محاسبه احتمال حالت پایدار پس از یک دوره زمانی پرداخت. عمده تولید شرکت های A و B دو نوع اند، محصول برای مصرف کنندگان داخلی (D) و محصول برای مصرف کنندگان خارجی (K). [6]

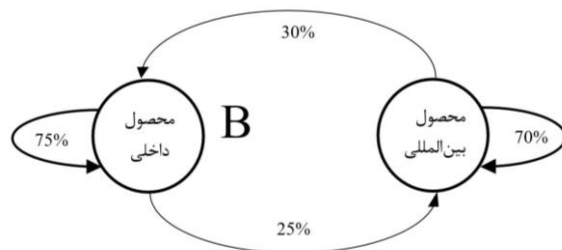
تفاوت هایی بین محصولات تولید شده در هر شرکت وجود دارد. با توجه به تحقیقات بازار در مورد تعداد مشتریانی که به طور متوسط هر سه ماه یکبار این پوشاک را از شرکت A خریداری می کنند می توان دید ۶۰٪ آنها یی که محصول داخلی شرکت را در سه ماهه ی گذشته خریداری کردند، مایل به خرید مجدد آن در این سه ماهه جدید هستند، در حالی که ۴۵ درصد از کسانی که محصول بین المللی شرکت A را در سه ماهه گذشته خریداری می کنند، مایلند در این سه ماهه جدید به محصول داخلی شرکت مراجعه کنند و در مورد تعداد مشتریانی که به طور متوسط هر سه ماه یکبار این پوشاک را از شرکت B خریداری می کنند می توان دید ۷۵٪ آنها یی که محصول داخلی شرکت را در سه ماهه ی گذشته خریداری کردند، مایل به خرید مجدد آن در این سه ماهه جدید هستند، در حالی که ۳۰٪ درصد از کسانی که محصول بین المللی شرکت B را در سه ماهه گذشته خریداری می کنند، مایلند در این سه ماهه جدید به محصول داخلی شرکت مراجعه کنند. نمودار و ماتریس گذار شرکت های A و B به شکل زیر می باشد.



شکل ۲- نمودار انتقال خرید از شرکت A

جدول ۱- ماتریس گذار خرید از شرکت A

سه ماه جدید / سه ماه گذشته	محصول داخلی	محصول بین المللی
محصول داخلی	۶۰٪	۴۰٪
محصول بین المللی	۴۵٪	۵۵٪



شکل ۳- نمودار انتقال خرید از شرکت B

جدول ۲- ماتریس گذار خرید از شرکت B

سه ماه جدید / سه ماه گذشته	محصول داخلی	محصول بین المللی
محصول داخلی	۷۵٪	۲۵٪
محصول بین المللی	۳۰٪	۷۰٪

اگر شرکت ها با توجه به احتمال توان تولید P اقدام به تولید نمایند در سه ماهه ی اخیر (فصل اخیر) سهم بازار محصولات تولید شده برای تولیدات داخلی ۶۵٪ و سهم بازار تولیدات محصول بین المللی ۳۵٪ می باشد، روند سهم بازار برای تولید محصولات شرکت A و B برای رسیدن به حالت پایدار به صورت زیر محاسبه می گردد. ماتریس گذار شرکت A را با M و ماتریس گذار شرکت B را با N نمایش می دهیم. در اینجا [بین المللی داخلی] S را تعریف می نماییم. لذا با توجه به توان تولید P داریم:

$$S_{0PA} = [0.65 \ 0.35]$$

و این یعنی ۶۵٪ تولیدات شرکت A به عنوان تولید داخلی و ۳۵٪ تولیدات شرکت A به عنوان تولید بین المللی می باشند. از آنجایی که فرمول محاسبه حالت متوالی  $S_n = S_{n-1} \cdot M$  است، فرمول کلی برای پایان یافتن احتمال یک فرآیند در یک حالت خاص این است: [6]

$$S_n = S_0 \cdot M^n$$

سهم بازار محصولات شرکت A در فصل اول با در نظر گرفتن P عبارت است از:

$$S_{1PA} = S_{0PA} \cdot M = [0.65 \ 0.35] \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix}$$

با ادامه این روند داریم:

$$S_{1PA} = [0.5475 \quad 0.4525]$$

·  
·  
·

$$S_{18PA} = S_{0PA} \cdot M^{18} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{19PA} = S_{0PA} \cdot M^{19} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{20PA} = S_{0PA} \cdot M^{20} = [0.53 \quad 0.47]$$

از این یافته ها می توان نتیجه گرفت که وقتی  $n \rightarrow \infty$  میل می کند، احتمالات به حالت ثابت همگرا می شوند، که نشان می دهد در بلندمدت، سهم بازار ۵۳ درصد برای تولیدات داخل و ۴۷ درصد برای تولیدات بین الملل خواهد بود. می توانیم ببینیم که احتمالات حالت پایدار این زنجیره مارکوف به حالت اولیه بستگی ندارد. [5]

همانطور که مشاهده می نمایید روند سهم بازار محصولات شرکت A با توجه به احتمالات ماتریس گذار و با در نظر گرفتن توان احتمالی P از فصل هجده به بعد، به یک احتمال پایدار می رسد.

از آنجایی که فرمول محاسبه حالت متوالی  $S_n = S_{n-1} \cdot N$  است، فرمول کلی برای پایان یافتن احتمال یک فرآیند در یک حالت خاص این است: [6]

$$S_n = S_0 \cdot N^n$$

سهم بازار محصولات شرکت B در فصل اول با توان تولید p عبارت است از:

$$S_{1PB} = S_{0PB} \cdot N = [0.65 \quad 0.35] \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.30 & 0.70 \end{bmatrix}$$

با ادامه این روند داریم:

$$S_{1PB} = [0.5925 \quad 0.4075]$$

·  
·  
·

$$S_{18PB} = S_{0PB} \cdot N^{18} = [0.55 \quad 0.45]$$

$$S_{19PB} = S_{0PB} \cdot N^{19} = [0.55 \quad 0.45]$$

$$S_{20PB} = S_{0PB} \cdot N^{20} = [0.55 \quad 0.45]$$

همانطور که مشاهده می نمایید روند سهم بازار محصولات شرکت B با توجه به احتمالات ماتریس گذار و با در نظر گرفتن توان احتمال تولید P از فصل هجده به بعد، به یک احتمال پایدار رسیده است.

اگر شرکت ها با توجه به احتمال تولید Q اقدام به تولید نمایند که در سه ماهه ی اخیر (فصل اخیر) سهم بازار محصولات تولید شده داخلی 58% و سهم بازار تولیدات محصول بین المللی ۴۲% باشد، روند سهم بازار برای تولید محصولات شرکت A و B برای رسیدن به حالت پایدار، به صورت زیر محاسبه می گردد.

[بین المللی داخلی] S= فضای جواب احتمال تولید در نظر می گیریم لذا برای فضای جواب اولیه داریم:

$$S_{0QA} = [0.58 \quad 0.42]$$

سهم بازار محصولات شرکت A در فصل اول با توجه به توان تولید Q عبارت است از:

$$S_{1QA} = S_{0QA} \cdot M = [0.58 \quad 0.42] \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.45 & 0.55 \end{bmatrix}$$

$$S_{1QA} = [0.537 \quad 0.463]$$

·  
·  
·

$$S_{18QA} = S_{0PA} \cdot M^{18} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{19QA} = S_{0PA} \cdot M^{19} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{20QA} = S_{0PA} \cdot M^{20} = [0.53 \quad 0.47]$$

همانطور که مشاهده می نمایید روند سهم بازار محصولات شرکت A با توجه به احتمالات ماتریس گذار و با در نظر گرفتن توان احتمالی تولید Q از فصل هجده به بعد، به یک احتمال پایدار می رسیم.

سهم بازار محصولات شرکت B در فصل اول با توجه به Q عبارت است از:

$$S_{1QB} = S_{0QB} \cdot N = [0.58 \quad 0.42] \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.30 & 0.70 \end{bmatrix}$$

با ادامه این روند داریم:

$$S_{1QB} = [0.5925 \quad 0.4075]$$

$$S_{18QB} = S_{0QB} \cdot N^{18} = [0.55 \quad 0.45]$$

$$S_{19QB} = S_{0QB} \cdot N^{19} = [0.55 \quad 0.45]$$

$$S_{20QB} = S_{0QB} \cdot N^{20} = [0.55 \quad 0.45]$$

همانطور که مشاهده می‌نمایید روند سهم بازار محصولات شرکت B با توجه به احتمالات ماتریس گذار و با در نظر گرفتن توان احتمالی تولید Q از فصل هجده به بعد، به یک احتمال پایدار رسیده است.

نتیجه اینکه با فرض ثابت بودن ماتریس گذار با هر توان تولیدی که این دو شرکت آغاز نمایند از فصل هجده به بعد به یک احتمال پایدار به شکل زیر خواهیم رسید:

$$S_{20PA} = S_{0PA} \cdot M^{20} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{20QA} = S_{0QA} \cdot M^{20} = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_{20PB} = S_{0PB} \cdot N^{20} = [0.55 \quad 0.45]$$

$$S_{20QB} = S_{0QB} \cdot N^{20} = [0.55 \quad 0.45]$$

یعنی در حالت کلی با توجه به روند بازار به حالت پایدار زیر خواهیم رسید لذا داریم:

$$S_A = [0.53 \quad 0.47]$$

$$S_B = [0.55 \quad 0.45]$$

یعنی سهم بازار تولید شرکت A برای داخل ۵۳٪ و برای تولید بین المللی ۴۷٪ است و سهم بازار تولید شرکت B برای داخل ۵۵٪ و برای تولید بین المللی ۴۵٪ می‌باشد.

حال با توجه به داده‌های بدست آمده جدول ۳ را در نظر بگیرید:

جدول ۲- ماتریس گذار خرید از شرکت B

		B	
		تولید محصول برای داخل D	تولید محصول بین المللی K
A	تولید محصول برای داخل D	0.53, 0.55	0.53, 0.45
	تولید محصول بین المللی K	0.47, 0.55	0.47, 0.45

حال با استفاده از نظریه بازی‌ها به انتخاب بهترین استراتژی شرکت‌های A و B در رقابت با یکدیگر می‌پردازیم تا به تعادل نش در این رقابت تجاری برسیم. تعادل نش در واقع انتخاب بهترین استراتژی این دو شرکت در مقابل یکدیگر است که به سود هر دو طرف ختم گردد.

۱. در این بازی چنانچه شرکت A استراتژی D را انتخاب نماید بهترین پاسخی که شرکت B می‌تواند به استراتژی

شرکت A بدهد استفاده از استراتژی D است.

۲. چنانچه شرکت A استراتژی K را انتخاب نماید بهترین پاسخی که شرکت B می‌تواند به استراتژی شرکت A

بدهد استفاده از استراتژی D است.

۳. چنانچه شرکت B استراتژی D را انتخاب نماید بهترین پاسخی که شرکت A می‌تواند به استراتژی شرکت B

بدهد استفاده از استراتژی D است.

۴. چنانچه شرکت B استراتژی K را انتخاب نماید بهترین پاسخی که شرکت A می‌تواند به استراتژی شرکت B

بدهد استفاده از استراتژی D است.

در نتیجه استراتژی  $(D,D)=(0.53,0.55)$  بهترین استراتژی می‌باشد که تعادل نش هم برقرار است. در واقع چنانچه شرکت A تولیدات برای بازار داخل را انجام دهد شرکت B نیز باید تولید محصول برای داخل را در دستور کار خود قرار دهد و بالعکس.

#### ۴- نتیجه گیری

نظریه بازی زیرمجموعه‌ای از علم ریاضیات است که می‌کوشد با استفاده از طراحی و تحلیل سناریو، رفتارها و نتایج تصمیم‌گیری موجوداتی را که حق انتخاب دارند، در تعامل با یکدیگر پیش بینی کند. نظریه زنجیره مارکوف یک مفهوم مهم در محاسبه

فرآیندهای تصادفی است و همچنین ترکیبی موفق از جبر خطی و نظریه احتمال می باشد. احتمال دقیق همیشه می تواند از طریق استفاده از زنجیره مارکوف برای پیش بینی بلندمدت یا کوتاه مدت به دست آید. همچنین به دلیل ویژگی زنجیره مارکوف، نیاز به تعداد زیاد داده ها را کاهش می دهد - احتمال آینده فقط به وضعیت فعلی بستگی دارد نه تاریخچه. با این حال، هر پیش بینی اعتبار بالایی ندارد.

تغییر ماتریس گذار یکی از بارزترین عوامل است. برای مشخص بودن، ما فرض کردیم که ماتریس گذار در طول دوره زمانی ثابت است. اما در واقع، دلایل زیادی مانند تغییر در روند مد، افزایش سطح درآمد، کمپین تبلیغاتی جذاب و محصول نوآورانه چشمگیر همگی باعث ایجاد ویژگی ناپایدار ماتریس انتقال می شوند که منجر به گسترش پیش بینی خطا می شود. بنابراین، پیش بینی سهم بازار یک محصول پس از یک دوره بلندمدت نمی تواند به عنوان عامل تعیین کننده تصمیم گیری مورد استفاده قرار گیرد، بلکه تنها نقش یک مرجع را ایفا می کند. [3,4]

## منابع

- [1] Gagniuc, Paul A. (2017). Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation. USA, NJ: John Wiley & Sons. pp. 1-235
- [2] The contents of this paper were presented in an author's Keynote Speech at the International Conference on Knowledge Engineering and Big Data Analytics (KE & BDA) in Future University, Cairo, Egypt, December 15-16, 2015.
- [3] B. Sericola, Markov Chains: Theory, Algorithms and Applications. London: ISTE Ltd and JohnWiley & Sons Inc, 2013.
- [4] Michael Gr. Voskoglou 'Applications of Finite Markov Chain Models to Management' July 2016, <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>
- [5] T. Konstantopoulos, "Introductory lecture notes on MARKOV CHAINS AND RANDOM WALKS", Autumn 2009, [online], <http://www2.math.uu.se/~takis%20L/McRw/mcrw.pdf> [Accessed: 2017-04-03]
- [6] Xiayutong, "Applications of Markov Chain in Forecast", Journal of Physics: Conference Series, ICAACE 2021.
- [7] دادگر، یداله (۱۳۸۷)، ابعاد و عملکرد نظریه بازی ها در رشته های مختلف، مجله تحقیقات حقوقی، شماره ۴۷، ص. ۱۳۹-۱۰۱.
- [8] جوادی یگانه، محمدرضا (۱۳۸۳)، کاربرد نظریه بازی در تحلیل رفتار روزمره، مجله رفاه اجتماعی، شماره ۱۵، ص. ۹۸-۵۷.