

بررسی اثر ضخامت لایه ها و میزان جرم متمرکز بر روی فرکانس طبیعی اول یک میکرو تیر

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۶/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۰۶

کد مقاله: ۹۳۹۹۸

عرفان انسانیان^۱

چکیده

در این مقاله به بررسی اثر ضخامت لایه های مختلف و نیز میزان جرم متمرکز بر روی فرکانس طبیعی یک میکرو تیر دو لایه با جرم متمرکز در انتها پرداخته شده است. میکرو تیر مد نظر به صورت تیری یک سر گیر دار مدل شده که دو لایه آن شامل لایه بستری Si و یک لایه پیزو الکتریک است. انرژی های کرنشی و جنبشی سیستم بر طبق تئوری تنش کوپل اصلاح شده به دست آمده است. با به کارگیری روش ریلی و در نظر گرفتن توابع شکل برای میکرو تیر عبارتی تحلیلی برای فرکانس طبیعی به دست آمده است. در انتها با تحلیل موردی چند نوع از لایه چینی ها اثر ضخامت لایه ها و نیز میزان جرم متمرکز بر روی فرکانس طبیعی به صورت عددی بررسی شده است.

واژگان کلیدی: میکرو تیر چند لایه، جرم متمرکز، فرکانس طبیعی، پیزو الکتریک

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

سیستم های میکرو الکترومکانیکی یا همان MEMS (Micro Electro Mechanical System) از جمله پر کاربرد ترین تجهیزات مدرن مورد استفاده در صنایع مختلف می باشند. از جمله کاربرد های آن می توان به میکرو سنسور ها برای تشخیص بیماری (ناریتا و همکاران، ۲۰۲۱) شتاب سنج ها (شی و همکاران، ۲۰۱۸) (داچین و همکاران، ۲۰۱۹: ۳۴-۴۳) و میکرو ژيروسکوپ ها (اوکاد، ۲۰۲۰: ۵۷۳-۵۸۲) اشاره کرد. از جمله پر کاربرد ترین تجهیزات MEMS می توان انرژی هاروسترها را نام برد. این سیستم ها به گونه ای طراحی می شوند که بر اثر وجود نیروهای خارجی در فضای کاری به ارتعاش در آمده و سپس بر اثر ارتعاش و حرکت سیستم، لایه های پیزوالکتریک موجود روی آن جریان تولید می کنند که می توان از آن جهت شارژ تجهیزات الکتریکی بخش های دیگر سیستم استفاده کرد (تیان و همکاران، ۲۰۱۸: ۸۴۵) (تودارو، ۲۰۱۷: ۲۳-۳۶).

برای مدل سازی سیستم های MEMS از روش های متفاوتی بهره می گیرند. برخی آن ها را به صورت میکرو صفحات (ما و همکاران، ۲۰۲۰)، برخی به صورت پوسته (لی و همکاران، ۲۰۲۰) و برخی دیگر آن ها را به صورت میکرو تیر مدل می کنند (غایش، ۲۰۱۸: ۱۱۵-۱۳۱). البته باید توجه کرد که با در نظر گرفتن ساختار انرژی هاروسترها معمولاً آن ها را به صورت میکرو تیر مدل می کنند. به عنوان نمونه شن و همکارانش (شن و همکاران، ۲۰۰۹: ۱۰۳-۱۰۸) به مدل سازی انرژی هاروستر به صورت تیر کنسولی شامل لایه ای از پیزوالکتریک بر پایه ساختار SIO برای فرکانس های پایین پرداختند. در پژوهشی دیگر نیسانس و همکارانش (نیسانس و سنا، ۲۰۲۱: ۲۵۱-۲۶۱) انرژی هاروستر چند لایه ای را برای کار کرد در فرکانس های پایین طراحی و بهینه سازی کردند که در آن ها نیز وسیله به صورت میکرو تیری یک سر گیر دار با جرمی متمرکز در انتها مدل شده است.

در این مقاله با توجه به تحقیقات و مدل سازی های پیشین اثرات لایه ها و جرم بر روی فرکانس طبیعی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع در اکثر مدل سازی های پیشین که مدل ریاضی نیز همراه خود دارند از اثر چند لایه بودن میکرو انرژی هاروستر صرف نظر شده است. در این پژوهش ابتدا با توجه به ساختار انرژی هاروستر ها، میکرو تیری دو لایه همراه با جرمی متمرکز در انتهای آزاد به عنوان مدل انتخاب شده است. در ادامه با نوشتن روابط ریاضی بر پایه اصول ارتعاشات، عبارتی تحلیلی برای فرکانس طبیعی سیستم بر حسب مشخصات فیزیکی لایه ها و جرم متمرکز به دست آمده است.

۲- روابط ریاضی

میکروتیر ها از نظر شکل انواع مختلفی دارند. در اینجا جسم مورد نظر به صورت تیری یک سرگیردار مدل شده که شامل دو لایه اصلی پیزو الکتریک و سیلیکون است. هم چنین در سر آزاد آن جسمی به جرم M متصل شده است. ابعاد و هندسه مدل به طور کامل در شکل ۱ قابل ملاحظه است.

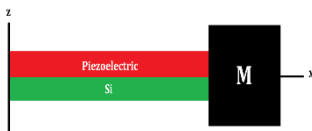
در این مدل سازی فرضیات زیر صورت گرفته است:

از جرم الکتروود صرف نظر شده است.

فرض شده که جرم متمرکز تاثیری در سفتی کل سازه ندارد

از تاثیرات الکتریکی پیزوالکتریک بر روی جسم صرف نظر شده است.

طول تیر l فرض شده است



شکل ۱: مدل فیزیکی میکروتیر دو لایه از نمای جانبی

هدف اصلی از این مدل سازی به دست آوردن فرکانس ارتعاش سیستم است با توجه به اینکه در میکروتیرها مهم ترین و اصلی ترین فرکانس طبیعی همان فرکانس طبیعی اول است بنابراین برای به دست آوردن آن از روش ریلی (رائو، ۲۰۱۹) استفاده می کنیم. در این روش طبق فرمول زیر از برابری پتانسیل و جنبشی سیستم در بیشترین حالت می توان فرکانس طبیعی اول را استخراج کرد:

$$T_{max} = \pi_{S_{max}} \quad (1)$$

که در آن T_{max} انرژی جنبشی سیستم در بیشترین حالت و $\pi_{S_{max}}$ انرژی کرنشی سیستم در بیشترین مقدار خود است. همانطور که پیش تر اشاره شد جرم متمرکز دارای سفتی نبوده و اثری بر روی انرژی کرنشی سیستم ندارد بنابراین این انرژی تنها ناشی از تیر دو لایه می باشد. (رهی، ۲۰۲۱: ۲۳-۳۲) عبارت زیر را برای میزان انرژی کرنشی (π_S) میکرو تیر چند لایه بر پایه تئوری تنش کوپل اصلاح شده پیشنهاد کرد:

$$\pi_S = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\left(\sum_{i=1}^k E_i \tilde{I}_i \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^l \left[\left(\sum_{i=1}^k \frac{E_i I_i^2}{2(1 + \vartheta_i)} A_i \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (2)$$

که در آن:

$$\tilde{I}_i = \frac{bh_i^3}{12} + bh_i \bar{z}_{ni}^2 \quad (3)$$

در رابطه فوق b ضخامت لایه ها و h_i ارتفاع هر لایه است. هم چنین برای به دست آوردن \bar{z}_{ni} از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\bar{z}_{ni} = \frac{1}{2}(h - 2e - h_i) - \sum_{j=1}^k h_j \quad (4)$$

h ضخامت کل بوده و e از رابطه زیر به دست می آید:

$$e = \frac{1}{2} \frac{N_1}{\sum_{i=1}^k E_i h_i} \quad (5)$$

$$N_1 = \sum_{j=1}^k E_j \left[\left(-\frac{h}{2} + \sum_{i=j}^k h_i \right)^2 - \left(-\frac{h}{2} + \sum_{i=j+1}^k h_i \right)^2 \right] \quad (6)$$

از طرفی برای محاسبه انرژی جنبشی باید توجه کرد انرژی جنبشی سیستم شامل انرژی میکروتیر همراه با انرژی جرم متمرکز است. در مقاله فوق الذکر رهی [13] انرژی جنبشی میکرو تیر چند لایه را به شکل زیر محاسبه کرد:

$$T_B = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\left(\sum_{i=1}^k \rho_i A_i \right) \dot{w}^2 + \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \tilde{I}_i \right) \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (7)$$

هم چنین انرژی جنبشی جرم متمرکز از رابطه زیر به دست می آید:

$$T_M = \frac{1}{2} M \dot{w}^2 \quad (8)$$

در نتیجه انرژی جنبشی کل از رابطه زیر به دست می آید:

$$T = T_B + T_M \quad (9)$$

از روابط بالا مشخص است که برای محاسبه انرژی کرنشی و جنبشی نیاز است تا تابع ارتعاش تیر مشخص شود. بدین منظور این تابع به صورت ضرب دو تابع از زمان و مکان بیان شده است:

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (10)$$

با توجه به شرایط مرزی، شکل مد ارتعاش و ماهیت نوسانی حرکت توابع فوق بدین شکل انتخاب می شوند:

$$W(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \quad (11)$$

$$T(t) = e^{i\omega t}$$

فرکانس نوسان است. با جایگذاری رابطه ۶ در ۲-۴ خواهیم داشت: ω طول میکروتیر و l

$$\pi_S = \frac{1}{2} (A + B) (e^{i\omega t})^2 (L) \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{2} (e^{i\omega t})^2 (-\omega^2) [C (0.226L) + D(L) + 0.5M] \quad (13)$$

که در آن:

$$A = \sum_{i=1}^k E_i \tilde{I}_i$$

$$B = \sum_{i=1}^k \frac{E_i l_i^2}{2(1 + \vartheta_i)} A_i$$

$$C = \sum_{i=1}^k \rho_i A_i$$

$$D = \sum_{i=1}^k \rho_i \tilde{I}_i$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\omega^2 = \frac{(A + B)(L)}{[C (0.226L) + D(L) + 0.5M]} \quad (14)$$

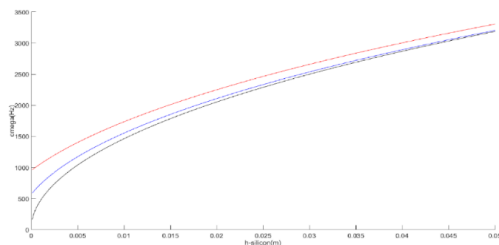
اکنون رابطه ای برای فرکانس طبیعی سیستم بر حسب مشخصات فیزیکی و هندسی لایه ها و هم چنین میزان جرم متمرکز به دست آمد. در مرحله بعد با توجه به در اختیار بودن مشخصات فیزیکی لایه ها با عوض کردن میزان جرم متمرکز و ابعاد لایه ها تاثیر هر یک بر میزان فرکانس طبیعی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۳- نتایج و نمودارها

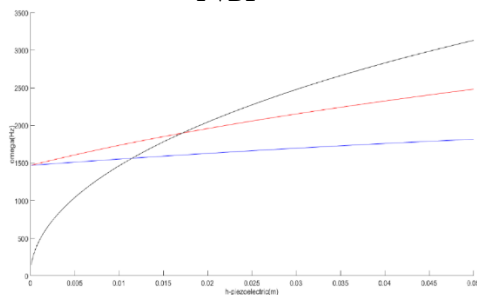
با توجه به این که هدف این پژوهش بررسی تغییر ضخامت لایه ها بر روی فرکانس طبیعی میکروتیر است در نتیجه فرض می شود طول تیر ثابت بوده ($L = 800\mu m$) از طرفی برای اینکه اثر هر لایه به طور جدا گانه بررسی شود در هر بار محاسبه ضخامت یکی از لایه ها نیز ثابت در نظر گرفته شده ($h = 10\mu m$) و ضخامت لایه دیگر دستخوش تغییر می شود. برای بررسی جامع تر از ۳ نوع پیزوالکتریک مختلف در این پژوهش بهره برده شده است. ویژگی های این مواد و نیز مشخصات بستر سیلیکونی در جدول ۱ ذکر شده است. برای راحتی کار پارامتر مقیاس طولی در همه پیزوالکتریک ها یکسان در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- مشخصات فیزیکی و هندسی مواد [13,1]

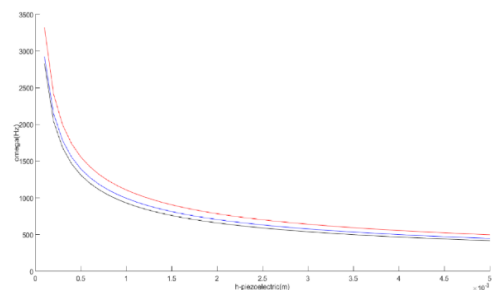
مشخصات/ماده	Si	AlN	ZnO	PVDF
E (GPa)	۱۷۰	۳۰۸	۱۱۲	۲
B (μm)	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰
θ	۰,۲۲	۰,۱۷۹	۰,۳۳۶	۰,۳۳
ρ ($Kg.m^3$)	۲۲۳۳	۳۲۶۰	۵۵۳۰	۱۸۰۰
L (μm)	۱	۲,۴	۲,۴	۲,۴



شکل ۲- تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ضخامت سیلیکون با لایه های از: قرمز- AlN آبی- ZnO و مشکی- PVDF



شکل ۳- تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب تغییرات لایه پیزو الکتریک: قرمز- AlN آبی- ZnO و مشکی- PVDF



شکل ۴- تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب میزان جرم متمرکز در انتهای تیر برای میکروتیر دو لایه سیلیکون به همراه لایه پیزو الکتریک: قرمز- AlN آبی- ZnO و مشکی- PVDF

هم چنین در مرحله اول جرم متمرکز بدون تغییر و برابر 0.4 g در نظر گرفته شده است. در شکل شماره ۲ تاثیرات تغییر ضخامت لایه سیلیکون بر روی فرکانس طبیعی سیستم قابل مشاهده است. همانطور که معلوم است با افزایش ضخامت سیلیکون اثر لایه های دیگر کم تر می شود. در واقع وقتی ضخامت لایه سیلیکون کم است تفاوت جنس پیزوالکتریک تاثیرات بیشتری بر روی فرکانس طبیعی می گذارد.

در مرحله بعد با ثابت در نظر گرفتن ضخامت سیلیکون ($h=10\mu m$) ضخامت لایه های پیزو عوض می شود. همانطور که در شکل ۳ معلوم است جنس پیزو الکتریک بسیار مهم است زیرا تغییرات برای جنس های مختلف تفاوت های چشم گیری دارد. در ضخامت های کم PVDF فرکانس های طبیعی بسیار پایین تری را به وجود می آورد اما با افزایش ضخامت از دو ماده دیگر پیشی گرفته و فرکانس های بالاتری را ایجاد می کند.

در مرحله بعد بررسی اثر جرم متمرکز بر روی فرکانس طبیعی می پردازیم. فرض می شود ضخامت لایه های سیلیکون و پیزوالکتریک ثابت است ($h = 10\mu m$) و جرم متمرکز تغییر می کند. همانطور که در شکل شماره ۴ مشخص است با افزایش جرم متمرکز مطابق انتظار فرکانس طبیعی مستقل از جنس لایه های کاهش می یابد. هم چنین باید توجه کرد که بر خلاف زمانی که ضخامت لایه سیلیکون عوض می شد با تغییر جرم ثابت نزدیکی نمودارها تغییر چندانی نمی کند. در واقع می توان اینگونه تشریح کرد که با افزایش ضخامت سیلیکون اثر جنس لایه دیگر کاهش می یابد و منحنی ها به یکدیگر نزدیک می شوند اما با تغییر جرم متمرکز اثر جنس بر روی فرکانس تقریباً ثابت است.

۴- بحث و نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی اثر ضخامت لایه ها و جرم متمرکز بر روی فرکانس طبیعی یک میکروتیر چند لایه پرداخته شد. با توجه به اینکه تنوع زیادی در انواع این وسیله وجود دارد باید تاکید کرد که نتایج فوق فقط برای میکروتیر یک سر گیردار معتبر است. البته می توان با 0 در نظر گرفتن جرم M در رابطه (۹) به بررسی تغییرات میکروتیر بدون وجود جرم متمرکز در انتها پرداخت. نتایج فوق با در نظر گرفتن اثر اندازه و بر پایه تئوری غیر کلاسیک تنش کوپل اصلاح شده به دست آمده است. در نتیجه در صورتی که پارامتر مقیاس طولی که مقدار آن برای مواد مختلف در جدول ۱ ذکر شد برابر 0 در نظر گرفته شود می توان روابط موجود را برای تیرهایی با ابعاد عادی نیز به کار برد. به عنوان یکی از کارهای آینده می توان نتایج در دو حالت کلاسیک و غیر کلاسیک را با هم مقایسه کرده و سنجید آیا اثر لایه ها با کوچک شدن ابعاد بیشتر می شود یا خیر. نتایج حاصل در این پژوهش نشان داد که مطابق انتظار و صرف نظر از ابعاد، با اضافه کردن جرم متمرکز در انتهای یک تیر فرکانس طبیعی کاهش می یابد که این کاهش مستقل از جنس لایه های بوده و نحوه تغییرات فرکانس برحسب تغییر جرم برای لایه چینی های متفاوت مشابه است. هم چنین مشهود است که با ثابت بودن لایه بستر و تغییرات لایه پیزوالکتریک تغییرات چشم گیری در فرکانس طبیعی به وجود می آید. مطابق با نمودار در بین مواد مورد مطالعه PVDF طیف گسترده تری از فرکانس را پوشش داده و می توان از آن برای مقاصد مختلف و محیط های بیشتری استفاده کرد. البته لازم به ذکر است با تغییر ضخامت دو ماده دیگر هم فرکانس طبیعی تغییر می کند اما این تغییرات در PVDF بیشتر است.

به عنوان پیشنهادهایی برای کارهای آینده می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- بررسی اثر ضخامت لایه پیزوالکتریک در طول های مختلف میکرو تیر
- بررسی اثر ضخامت لایه ها در میکرو تیرهایی با شرایط مرزی متفاوت
- بررسی اثر ضخامت لایه ها بر روی پاسخ سیستم به نیروی خارجی
- بررسی اثر ضخامت لایه پیزوالکتریک با وارد کردن اثرات الکتریکی پیزو در معادلات

1. Rahi, Vibration analysis of multiple-layer microbeams based on the modified couple stress theory: analytical approach, *Arch. Appl. Mech.* 91 (2021) 23–32. <https://doi.org/10.1007/s00419-020-01795-z>.
2. Nisanth, K.J. Suja, V. Seena, Design and optimization of MEMS piezoelectric energy harvester for low frequency applications, *Microsyst. Technol.* 27 (2021) 251–261. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04944-0>.
3. Li, Z. Zhang, Q. Yang, P. Li, Experiments on the geometrically nonlinear vibration of a thin-walled cylindrical shell with points supported boundary condition, *J. Sound Vib.* 473 (2020) 115226. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115226>.
4. Shen, J.H. Park, J.H. Noh, S.Y. Choe, S.H. Kim, H.C. Wickle, D.J. Kim, Micromachined PZT cantilever based on SOI structure for low frequency vibration energy harvesting, *Sensors Actuators, A Phys.* 154 (2009) 103–108. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2009.06.007>.
5. F. Narita, Z. Wang, H. Kurita, Z. Li, Y. Shi, Y. Jia, C. Soutis, A Review of Piezoelectric and Magnetostrictive Biosensor Materials for Detection of COVID-19 and Other Viruses, *Adv. Mater.* 33 (2021) 2005448. <https://doi.org/10.1002/adma.202005448>.
6. F.-T. Shi, S.-C. Fan, C. Li, X.-B. Peng, Modeling and Analysis of a Novel Ultrasensitive Differential Resonant Graphene Micro-Accelerometer with Wide Measurement Range, *Sensors.* 18 (2018) 2266. <https://doi.org/10.3390/s18072266>.
7. H.M. Ouakad, Nonlinear structural behavior of a size-dependent MEMS gyroscope assuming a non-trivial shaped proof mass, *Microsyst. Technol.* 26 (2020) 573–582. <https://doi.org/10.1007/s00542-019-04530-z>.
8. M. Daeichin, M. Ozdogan, S. Towfighian, R. Miles, Dynamic response of a tunable MEMS accelerometer based on repulsive force, *Sensors Actuators A Phys.* 289 (2019) 34–43. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.02.007>.
9. M.H. Ghayesh, Dynamics of functionally graded viscoelastic microbeams, *Int. J. Eng. Sci.* 124 (2018) 115–131. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2017.11.004>.
10. M.T. Todaro, F. Guido, V. Mastronardi, D. Desmaele, G. Epifani, L. Algieri, M. De Vittorio, Piezoelectric MEMS vibrational energy harvesters: Advances and outlook, *Microelectron. Eng.* 183–184 (2017) 23–36. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2017.10.005>.
11. Rao S. S., *Vibration of Continuous Systems*, 2nd ed 2019.pdf, (n.d.). <https://doi.org/9781119424253>.
12. S. Ma, H. Bai, S. Wang, L. Zhao, K. Yang, R. Fang, X. Zhou, Detecting the mass and position of a particle by the vibration of a cantilevered micro-plate, *Int. J. Mech. Sci.* 172 (2020) 105413. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105413>.
13. W. Tian, Z. Ling, W. Yu, J. Shi, A Review of MEMS Scale Piezoelectric Energy Harvester, *Appl. Sci.* 8 (2018) 645. <https://doi.org/10.3390/app8040645>.